UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

CENTRE DE RECHERCHE SUR LES TRANSPORTS

CASE POSTALE 6128, SUCCURSALE A, MONTRÉAL, QUÉBEC, H3C 3J7

UNE MÉTHODE DE SOLUTION DU MODÈLE ÉCONOMIQUE MULTIRÉGIONAL TOMM

par

Yvon Bigras, Paul Hamelin

et Sang Nguyen

Ce travail a été rendu possible par des subventions de Transports Canada (Programme universitaire des transports (P.U.T.)), du Ministère de l'Education du Québec (Programme F.C.A.C.-Equipe) et du Conseil de recherche en sciences naturelles et en génie (C.R.S.N.G.)

Ce rapport a été publié grâce à une subvention du fonds F.C.A.C. pour l'aide et le soutien à la recherche.

Université de Montréal

Centre de recherche sur les transports - Publication #250

Avril 1982

Dépôt légal - 2e trimestre 1982

S O M M A I R E

Ce document étudie la résolution du modèle économique multi-régional TOMM (Los, 1980). La résolution de ce modèle, formulée comme un programme mathématique non-linéaire de très grande taille, ne peut être réalisée par une application directe des algorithmes de programmation non-linéaire existant. Nous avons donc développé une méthode particulière pour résoudre TOMM. Notre méthode de résolution, basée sur l'approche générale des méthodes de directions de descente en programmation non-linéaire, exploite judicieusement la structure très particulière des contraintes du problème. En particulier, nous exploitons une propriété bien connue des modèles économiques input-output concernant la limite de la somme des puissances de la matrice input-output, soit

$$\lim_{n\to\infty} (I + A + A^2 + \ldots + A^n) = (I-A)^{-1}$$

TABLE DES MATIÈRES

Sommaire . . . . . .

1. Présentation du problème. 1

2. Une méthode de résolution 9

3. Résultats 14

Conclusion 17

Appendice. 18

Références 21

TABLEAUX ET FIGURES

Tableau 1 : Liste et numérotation des huit régions canadiennes 1

Tableau 2 : Calcul des effets indirects. 15

Tableau 3 : Résultats numériques 16

1. PRÉSENTATION DU PROBLÈME

Le modèle économique multirégional TOMM, conçu par Los (1980), est un modèle de prévision des flux interrégionaux entre huit régions du Canada pour 64 catégories de biens commercialisables.

Dans cette première phase, nous considérons d'abord une version "fermée" de TOMM dans laquelle les coûts de transport sont obtenus de façon exogène et la production régionale des secteurs transport est fixée au niveau spécifié par les relations intersectorielles. La formulation de cette version "fermée" et le calcul des coefficients du modèle ont déjà été réalisés (Bigras *et al.*, 1982). Dans une phase subséquente, le modèle économique sera mis en interface avec un modèle de transport multimodal (Los et Nguyen, 1980). Les coûts de transport et la production régionale des secteurs de transport proviendront alors du modèle de transport.

Nous reprenons d'abord brièvement les définitions et notations utilisées et nous donnons la formulation du problème. La méthode de résolution sera développée à la deuxième section et un aperçu des résultats obtenus fera l'objet de la dernière section.

Définitions et notation

Les biens commercialisables sont les biens manufacturés ou les matières premières. Ces biens peuvent être, soit importés ou exportés d'une région à une autre, soit importés de l'étranger ou exportés vers l'étranger. Le modèle TOMM ne couvre que les mouvements de biens entre les régions du Canada.

Nous utiliserons la notation suivante :

$i,j = 1,..,R$ représentent les régions du Canada.

$k,h = 1,..,K$ représentent les biens et les services produits par les secteurs productifs.

I_1 est l'ensemble des indices représentant les biens commercialisables.

$x_{ij}^k(i,j=1,..,R;k\epsilon I_1)$ est le flux du bien commercialisable k entre les régions i et j.

$z_{ij}^k(i,j=1,..,R;k\epsilon I_1)$ est une valeur a priori pour le flux de bien commercialisable k entre les régions i et j.

$\tau_{ij}^k(i,j=1,..,R;k\epsilon I_1)$ est une mesure du bénéfice brut direct obtenu en produisant un dollar d'output du bien commercialisable k dans la région i, destiné à la région j (ce profit tient compte des coûts de transport de i à j, qui sont les données exogènes du modèle TOMM dans cette version fermée).

$\alpha_i^{kh}(i=1,..,R;k,h\epsilon I_1)$ est une mesure des besoins domestiques totaux de bien k par dollar d'output du bien h dans la région i.

$\psi_i^k(i=1,..,R;k\epsilon I_1)$ représente les demandes finales pour chaque bien commercialisable et chaque région.

Les données utilisées sont les données input-output régionales compilées par Statistique Canada (Gaston, 1979) pour l'année 1974. Ces données ont été agrégées et corrigées (Bigras *et al.*, 1982). La liste et la numérotation des huit régions du Canada est donnée au tableau 1. La liste et la numérotation des 64 biens commercialisables est donnée à l'Appendice 1.

Tableau 1 : Liste et numérotation des 8 régions canadiennes

N°	Nom de la région
1	Terre-Neuve
2	Maritimes
3	Québec
4	Ontario
5	Manitoba
6	Saskatchewan
7	Alberta
8	Colombie-Britannique + Yukon + T.N.O.

Formulation du problème

Le modèle économique multirégional TOMM est formulé comme un programme convexe à contraintes linéaires. Il s'agit de déterminer les flux $x_{ij}^k (i,j=1,..,R; k\in I_1)$ qui résolvent le problème suivant :

$$\text{Max}_{\{x_{ij}^k\}} \sum_i^R \sum_j^R \sum_{k\in I_1} \tau_{ij}^k x_{ij}^k - \gamma \sum_i^R \sum_j^R \sum_{k\in I_1} x_{ij}^k \ln \frac{x_{ij}^k}{z_{ij}^k}$$

$$(P) \qquad \text{s.a.} \quad \sum_j^R x_{ji}^k = \sum_{h\in I_1} \sum_{j=1}^R \alpha_i^{kh} x_{ij}^h + \psi_i^k \qquad k\in I_1, \; i=1,..,R$$

$$x_{ij}^k \geq 0 \qquad i,j=1,..,R, \; k\in I_1$$

Le premier terme de la fonction objectif représente une mesure de bénéfices bruts pour tous les biens commercialisables. Le second terme de la fonction objectif est un terme d'information. L'inclusion du terme d'entropie a pour but, d'une part de faire tendre les flux x_{ij}^k vers les flux observés z_{ij}^k modélisant ainsi la force de l'inertie qui existe dans l'économie, et d'autre part d'adoucir le caractère tout-ou-rien d'une solution optimale, donc extrémale, du modèle linéaire. γ est un paramètre de calibration dont la valeur pourra être obtenue à partir des flux observés z_{ij}^k.

Les contraintes sont des contraintes comptables obtenues en supposant essentiellement la constance des relations input-output régionales.

A ce point, il est bon de rappeler les origines du modèle économique TOMM. Leontieff et Strout (1963) ont d'abord présenté un modèle input-output multirégional basé sur une équation de type gravitaire de la forme :

$$x_{ij}^k = \frac{x_{i*}^k \, x_{*j}^k}{x_{**}^k} \, Q_{ij}^k \qquad (1)$$

où

$$x^k_{i*} = \sum_j x^k_{ij} \qquad \begin{matrix} i=1,R \\ k\epsilon I_1 \end{matrix}$$

$$x^k_{*j} = \sum_i x^k_{ij} \qquad \begin{matrix} j=1,R \\ k\epsilon I_1 \end{matrix}$$

$$x^k_{**} = \sum_{ij}\sum x^k_{ij} \qquad k\epsilon I_1$$

et les relations input-output sont exprimées sous la forme de contrainte:

$$x^k_{*i} = \sum_h \alpha^{kh}_i \, x^h_{i*} + \psi^k_i \qquad \begin{matrix} i=1,R \\ k\epsilon I_1 \end{matrix}$$

Les termes Q^k_{ij} sont des valeurs de coût pouvant être obtenues des données de l'année de base.

Wilson (1970) a ensuite formulé un modèle input-output en intégrant les principes de maximisation d'entropie au modèle de Leontieff-Strout. Son modèle est de la forme :

$$\text{Max} - \sum_i^R \sum_j^R \sum_{k\epsilon I_1} x^k_{ij} \, \ell n \, x^k_{ij}$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_j x^k_{ji} = \sum_h \alpha^{kh}_i \sum_j x^h_{ij} + \psi^k_i \qquad \begin{matrix} i=1,R \\ k\epsilon I_1 \end{matrix}$$

$$\sum_j^R x^k_{ij} = X^k_i \qquad \begin{matrix} i=1,R \\ k\epsilon I_1 \end{matrix}$$

$$\sum_i^R x^k_{ij} = Y^k_j \qquad \begin{matrix} j=1,R \\ k\epsilon I_1 \end{matrix}$$

$$\sum_i^R \sum_j^R x^k_{ij} \, c^k_{ij} = \hat{C}^k$$

où X^k_i et Y^k_j sont des données exogènes. Les termes $\hat{C}^k$ sont des valeurs de coût associées à chaque bien et peuvent provenir, par exemple, des données de l'année de base.

Finalement, Los (1980) a suggéré TOMM, un modèle de la même forme que celui de Wilson, mais incluant une partie normative à la fonction objectif. De plus, un ensemble de contraintes sur les capacités de production et de main-d'oeuvre remplace les contraintes d'attraction et de production du modèle de Wilson.

Les approches de résolution suggérées par les trois auteurs diffèrent : Leontieff et Strout résolvent approximativement un système d'équations non-linéaires, Wilson utilise une procédure de balancement multidimensionnel, alors que Los suggère l'utilisation d'un algorithme développé par Eriksson (1980) pour les problèmes à fonction entropique et contraintes linéaires.

En théorie, l'algorithme de Eriksson est apte à résoudre un problème mathématique du genre du modèle TOMM. En pratique, les limitations au niveau de l'espace mémoire nécessaire à cet algorithme font qu'il est impossible pour l'instant de l'utiliser sur un modèle de la taille de TOMM. De la même façon, la méthode proposée par Wilson risque d'être fort coûteuse en temps-machine.

Nous avons donc à résoudre un problème de programmation non-linéaire de grande taille (4096 variables, 512 contraintes et une matrice de contraintes à densité élevée). Il devient donc essentiel de pouvoir exploiter la structure particulière des contraintes du problème.

Matriciellement, le problème peut se formuler ainsi :

$$\text{Max } cx - \gamma H(x)$$

$$\text{s.a. } Ax = \psi$$

$$x \geq 0$$

où

c : vecteur profit

H(x) : terme d'entropie

ψ : vecteur demande finale

A : matrice des contraintes.

Plus explicitement, les vecteurs c et x sont de la forme :

$$c : [c_{ij}^{k}] \quad \begin{matrix} i,j=1,..,R \\ k \in I_1 \end{matrix} \quad \text{et} \quad x : [x_{ij}^{k}] \quad \begin{matrix} i,j=1,..,R \\ k \in I_1 \end{matrix}$$

Le vecteur ψ est de la forme suivante :

$$\psi : [\psi_i^k] \quad \begin{matrix} i=1,..,R \\ k \in I_1 \end{matrix}$$

La matrice des contraintes A est de la forme suivante :

$$A : \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1R} \\ A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{2R} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ A_{R1} & \cdots & \cdots & A_{RR} \end{bmatrix}$$

où A_{ii} est une matrice de la forme

$$A_{ii} : [-\alpha_i \; \vdots \; \overset{i}{\overset{\vdots}{I}} - \alpha_i \; \vdots \; -\alpha_i]$$

où I : matrice identité

α_i : matrice des coefficients input-output associés à la région i.

A_{ij} (pour $i \neq j$) est une matrice de la forme :

$$A_{ij} = [0 \; \vdots \; \overset{j}{\overset{\vdots}{I}} \; \vdots \; 0]$$

où 0 : matrice d'éléments 0

I : matrice identité.

La matrice α_i est la matrice des coefficients α_i^{kh} pour la région i. Elle s'écrit sous la forme suivante :

$$\alpha_i = \begin{bmatrix} \alpha_i^{11} & \alpha_i^{12} \cdots\cdots & \alpha^{1I_1} \\ \alpha_i^{21} & \alpha_i^{22} \cdots\cdots & \vdots \\ & \ddots & \vdots \\ & \ddots & \vdots \\ & \ddots & \vdots \\ & \ddots & \vdots \\ \alpha_i^{I_1 1} & \ddots & \alpha_i^{I_1 I_1} \end{bmatrix}$$

2. UNE MÉTHODE DE RÉSOLUTION

Du point de vue théorique, la résolution du problème (P) (programme convexe à contraintes linéaires dont la fonction objectif est dérivable partout pour des flux $x_{ij}^k > 0$) ne pose aucune difficulté. En pratique, le grand nombre de contraintes ne permet pas l'application directe d'algorithmes connus.

Nous avons choisi de développer ici une méthode de résolution basée sur l'approche générale des méthodes de direction de descente. Le choix d'une méthode de direction de descente est d'ordre pratique, d'une part étant une méthode primale elle permet d'arrêter la procédure de calcul à une solution approchée lorsque la solution optimale ne peut être obtenue à un coût de calcul raisonnable et, d'autre part, les contraintes du problème étant linéaires produisent en général des sous-problèmes de recherche de direction de descente linéaires,donc relativement facile à résoudre.

La méthode générale de direction de descente fonctionne essentiellement comme suit. On se donne au départ une solution réalisable, en général à chaque étape on détermine une direction de descente (pour les problèmes de minimisation) associée à la solution courante. On génère une nouvelle solution réalisable en faisant un pas dans cette direction. Les algorithmes diffèrent par la façon de déterminer la direction de descente (pour une discussion plus détaillée des méthodes de direction de descente, voir par exemple Zangwill, 1969). Nous choisissons ici une direction de descente obtenue par la linéarisation de la fonction objectif au point courant. L'utilisation d'autres types de direction, telle que la direction du gradient réduit, une direction obtenue par linéarisation partielle de la fonction objectif (Dupuis, 1980) est à l'étude.

Etant donné la solution courante $\{\bar{x}_{ij}^k\}$, la direction

$$d_{ij}^k = (\bar{y}_{ij}^k - \bar{x}_{ij}^k)$$

est une direction de descente au point $\bar{x}_{ij}^k$ lorsque $\bar{y}_{ij}^k$ est une solution optimale du programme linéaire suivant :

$$\text{Max} \sum_{i=1}^{R} \sum_{j=1}^{R} \sum_{k\in I_1} \bar{\tau}_{ij}^k \, y_{ij}^k$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_{j=1}^{R} y_{ji}^k = \sum_{h\in I_1} \sum_{j=1}^{R} \alpha_i^{kh} \, y_{ij}^h + \psi_i^k \qquad \begin{matrix} k\in I_1 \\ i=1,2,..,R \end{matrix}$$

$$y_{ij}^k \geq 0 \qquad \begin{matrix} i,j=1,2,..,R \\ k\in I_1 \end{matrix}$$

où

$$\bar{\tau}_{ij}^k = \tau_{ij}^k - \gamma \frac{\partial H_{ij}^k}{\partial x_{ij}^k} (\bar{x}_{ij}^k)$$

$$H_{ij}^k(x_{ij}^k) = \begin{cases} x_{ij}^k \, \ell n \, \dfrac{x_{ij}^k}{z_{ij}^k}, & x_{ij}^k \geq 1 \\ \ell n \, x_{ij}^k \, \ell n \, (\dfrac{1}{z_{ij}^k} + 1) - 1, & 0 \leq x_{ij}^k < 1 \end{cases}$$

La dérivée de $x\ell n(x)$ n'étant pas définie au point $x = 0$, nous amène à utiliser l'approximation linéaire de $x\ell n(x)$ au point 1 à la fonction $x\ell n(x)$ pour tout $x < 1$.

Proposition 1. Toute base réalisable du programme linéaire est de la forme

$$B = (I-\bar{A})$$

où I : matrice identité

$\bar{A}$: sous-matrice de coefficients

Preuve. Dénotons m le produit $(R \times I_1)$. Comme il y a m demandes finales positives, chaque ligne doit avoir au moins un coefficient plus grand que 0. Le nombre de coefficients positifs de la base est donc plus grand ou égal à m. D'autre part, chaque colonne a un et un seul coefficient plus grand que 0. Le nombre de coefficients positifs de la base est donc égal à m. Après la permutation appropriée des colonnes, on obtient $B = (I-\bar{A})$. □

Chaque solution de base est alors caractérisée pour chaque bien par le choix d'une région productrice j devant satisfaire la demande finale ψ_i^k.

De plus, l'inverse de la base est donné par :

$$B^{-1} = (I-\bar{A})^{-1} = \lim_{n\to\infty} (I+\bar{A}^1+\bar{A}^2+\ldots\bar{A}^n)$$

puisque la matrice $\bar{A}$ est formée d'éléments α_i^{kh} strictement inférieurs à 1 et dont la somme sur les colonnes est strictement inférieure à 1. Ces restrictions satisfont les conditions d'inversibilité par expansion d'une matrice input-output.

Il est maintenant possible d'exprimer toute solution de base en termes des demandes finales et des coefficients input-output. En effet, toute solution de base du programme linéaire sera donnée par

$$x = B^{-1}\psi$$

$$= \lim_{n\to\infty} (\psi + \bar{A}^1 \psi + \bar{A}^2 \psi + \bar{A}^n \psi)$$

où $\bar{A}^1 \psi$: effets indirects du premier niveau

$\bar{A}^2 \psi$: effets indirects du second niveau

$\vdots$

$\bar{A}^n \psi$: effets indirects du n'ième niveau

Algébriquement, nous pouvons écrire

$$x_{ji}^k = \psi_i^k + \sum_j^R \sum_{h\in I_1} \delta_{ij}^h \alpha_i^{kh} \psi_j^h + \sum_j^R \sum_{h\in I_1} \delta_{ij}^h \alpha_i^{kh} \sum_\ell^R \sum_{g\in I_1} \delta_{j\ell}^g \alpha_j^{hg} \psi_\ell^g + \ldots$$

où $\delta_{ij}^h = \begin{cases} 1 & \text{si la région i produit le bien h pour la région j} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$

Le premier terme de cette expression représente les effets directs. Les deuxième et troisième termes représentent respectivement les effets indirects du premier et du deuxième niveaux.

En dénotant $S_n{}_i^k$ les effets indirects du n'ième niveau, nous avons alors :

$$x_{ji}^k = \lim_{n\to\infty} (\psi_i^k + S_1{}_i^k + S_2{}_i^k + \ldots S_n{}_i^k)$$

où $$S_n{}_i^k = \sum_j^R \sum_{h\in I_1} \delta_{ij}^h \alpha_i^{kh} S_{(n-1)}{}_j^h$$

et $S_0{}_i^k$ est défini comme étant les ψ_i^k .

Le choix des variables de base se fait de façon à maximiser le profit, c'est-à-dire que la région j productrice de bien k devant satisfaire la demande finale de la région i est donné par :

$$\max_j \{\bar{\tau}^k_{ji}\} \quad .$$

Nous sommes maintenant en mesure de formuler notre méthode de résolution :

Etape 0 : Soit une solution réalisable x^k_{ij} au problème P.

Etape 1 : Calculer les nouveaux coûts :

$$\bar{\tau}^k_{ij} = \tau^k_{ij} - \gamma \nabla H\,(x^k_{ij})$$

Etape 2 : Déterminer les régions productrices :

$$\max_j \{\bar{\tau}^k_{ji}\}$$

Etape 3 : Calculer itérativement $S^k_{1i}, S^k_{2j}, \ldots S^k_{ni}$

par $S^k_{ni} = \sum_j^R \sum_{h \in I_1} \delta^h_{ij}\, \alpha^{kh}_i\, S^h_{(n-1)j}$, avec S^k_{0i} défini égal à ψ^k_i

Etape 4 : $y^k_{ji} = \lim_{n \to \infty} (\psi^k_i + S^k_{1i} + S^k_{2i} + \ldots S^k_{ni})$

Etape 5 : Si les solutions x^k_{ij} et y^k_{ij} satisfont un certain critère d'arrêt, stop.

Sinon, $d^k_{ij} = (y^k_{ij} - x^k_{ij})$ est une direction de descente.

Etape 6 : Déterminer le pas de descente optimal λ^* en résolvant le problème unidimensionnel suivant :

$$\max_{\lambda} \sum_{i}^{R} \sum_{j}^{R} \sum_{k \in I_1} \tau_{ij}^{k} \, (x_{ij}^{k} + \lambda \, d_{ij}^{k}) - \gamma H(x_{ij}^{k} + \lambda \, d_{ij}^{k})$$

$$\text{s.a.} \quad 0 \leq \lambda \leq 1 \, .$$

Etape 7 : Calculer la nouvelle solution

$$x_{ij}^{k} = x_{ij}^{k} + \lambda^{*} \, d_{ij}^{k}$$

Aller à l'étape 1.

3. RÉSULTATS

La méthode suggérée à la section précédente a été testée avec les données et les coefficients input-output du Canada pour l'année 1974. Le calcul de ces coefficients fait l'objet d'un rapport précédent (Bigras *et al.*, 1982). Lors de ces tests, la valeur du paramètre γ a été fixée à 1. La solution initiale a été obtenue en ne tenant compte que de la partie normative de la fonction objectif.

Les résultats obtenus sont encourageants :

i) les effets indirects de plus du troisième niveau peuvent être considérés comme négligeables (tableau 2);

ii) le temps d'exécution demeure dans les limites raisonnables (tableau 3).

Tableau 2 - Calcul des effets indirects

Niveau	Effets indirects	Effets indirects cumulatifs	% total	% cumulatif
0	55 324 835	55 324 835	63,0000	63,000
1	20 894 303	76 219 138	23,8000	86,800
2	7 439 328	83 658 466	8,5000	95,300
3	2 694 333	86 352 799	3,1000	98,300
4	958 744	87 311 543	1,1000	99,400
5	342 607	87 654 150	0,4000	99,800
6	123 216	87 777 366	0,1500	99,920
7	44 662	87 822 028	0,0600	99,970
8	16 315	87 838 343	0,0200	99,990
9	6 009	87 844 352	0,0070	99,996
10	2 232	87 846 584	0,0025	99,999

Tableau 3 - Résultats numériques

Itération	Fonction objectif (x 100)			Valeur du pas de descente	% variation du GAP	Temps d'exécution C.P.U. cumulatif
	Partie normative	Partie entropique	Total			
0	14 920	-270 823	-255 903	-	-	29
1	4 603	-103 614	- 99 011	0,840	-	78
2	3 622	- 87 784	- 84 161	0,160	-26,3 %	128
3	3 493	- 85 026	- 81 533	0,030	-18,2 %	178
4	3 486	- 83 470	- 79 983	0,020	-18,3 %	226
5	3 499	- 82 516	- 79 016	0,015	-12,4 %	276
6	3 655	- 80 770	- 77 115	0,040	-35,4 %	326
7	6 417	- 52 142	- 45 724	0,500	-45,4 %	376
8	7 359	- 37 725	- 30 366	0,360	-41,7 %	426
9	7 428	- 34 740	- 27 311	0,100	-21,2 %	476
10	7 688	- 31 765	- 24 077	0,130	-16,1 %	525
11	7 738	- 30 019	- 22 281	0,080	-15,7 %	576
12	7 836	- 27 986	- 20 149	0,120	-13,8 %	625
13	8 026	- 24 600	- 16 574	0,190	- 1,4 %	675
14	8 024	- 24 106	- 16 082	0,030	-10,8 %	723
15	8 236	- 19 059	- 10 822	0,289	- 5,4 %	772
16	8 149	- 18 098	- 9 949	0,050	+ 6,0 %	821
17	8 137	- 17 847	- 9 711	0,020	-21,0 %	870
18	8 342	- 15 658	- 7 315	0,180	- 6,9 %	920
19	8 294	- 15 343	- 7 048	0,020	- 4,9 %	968
20	8 279	- 14 446	- 6 166	0,090	-15,8 %	1018

CONCLUSION

Nous avons développé une méthode de résolution pour le modèle économique multirégional TOMM. La structure particulière des contraintes de ce modèle permet d'utiliser quelques unes des propriétés connues des matrices input-output.

Il faut noter que du point de vue théorique, il aurait été nécessaire, selon le principe de maximisation d'entropie, d'inclure dans le modèle une contrainte exprimant que la somme des flux x_{ij}^{k} doit être égale à une valeur exogène T.

Dans la mesure où cette omission simplifie l'algorithme et que l'écart entre la somme des flux obtenus et la valeur T est limité par les relations intersectorielles imposées au modèle (Bigras *et al.*, 1982), cette modification s'avère pleinement justifiée.

Les résultats obtenus à la suite d'essais effectués sur un problème de taille réaliste (pour le Canada) sont encourageants : le modèle peut être résolu à un coût raisonnable. De plus, ces résultats démontrent que le modèle TOMM est apte à simuler les flux interrégionaux de biens au Canada. Cependant, une validation plus poussée du modèle devra être faite dans les prochaines étapes du projet.

Nous chercherons aussi à développer une méthode de résolution plus générale, permettant d'inclure des contraintes de types divers dans la formulation du modèle économique TOMM.

APPENDICE - Classification des biens et services et correspondance avec (i) la classification de Statistique Canada (niveau d'agrégation L)[1]; (ii) la classification CFTM du C.I.G.G.T.[2]

No CRT		No S-C(L)	No CFTM
1	Live animals	1 à 5	1
11	Meat	52 à 56-65-66	2-3
12	Fish and marine animals, n.e.s.	29-75	4
13	Dairy products, eggs and honey	9 à 11-67 à 73	5
14	Wheat	7	6
15	Other grains	8	7
16	Wheat flour	90	8
17	Cereal products	91 à 95-106-108	9
18	Fruits, vegetable and other edible food products	12-13-14-58-59 109 à 114	10 à 12-14
19	Sugar	101-102-107	13
20	Fodder and feed (except unmilled cereals	15-61-86 à 89 100 à 118	15
21	Beverages	115-116-119-120	16
22	Tobacco	20-121 à 123	17
30	Flax, rape, soybeans and other oil seeds	18	19
31	Other crude animals and vegetable products	16-17-21-22-30-45 60 à 63-161-176-479-517	20
40	Pulpwood, logs and chips	26-190	22
41	Logs and poles, other forest products	24-25-27	23
50	Iron ores and concentrates	34	27
51	Crude products of the mine (metallic; except iron ores and concentrates)	33-35-36 253-263	25-26 28 à 31
60	Coal	37	33
61	Crude mineral oils	38	34
62	Natural gas	39	36
70	Asbestos, crude	42	38
71	Sans and gravel	49	39
72	Gypsum, crude	43	40
73	Other mine products	46 à 48-50	41-45
74	Salt	44	42
75	Sulphur	41	44
76	Waste and scrap materials n.e.s.	133-160-193	46
80	Oils, fats, waxes, extracts and derivatives of animal and vegetables	57-104-410	49
81	Other animal and vegetable fabricated material	130-131-139-142-145 à 153-157 à 159 162 à 169-177-181 182-186-187	50
90	Lumber, including flooring	191	52
91	Plywood and veneer	195	53

[1] Statistique Canada (1979)

[2] Graham (1975)

APPENDICE 3 (suite)

No CRT		No S-C(L)	No CFTM
92	Other wood fabricated products	192-194-196 197-201	54
93	Wood pulp	209	55
94	Newsprint paper	210	56
95	Paper other than newsprint	211 à 214-219-222	57
96	Paper board, pulpboard and fireboard	215-216	58
100	Sulphuric acid	420	60
101	Chemicals	105-117-218-261 262-398-406-407 416 à 419-421 à 461 463-464-466-480	61
102	Chemical products	129-154-155-404 405-409-411-465 467-470 à 475 481 à 489-414	63
103	Fertilizer chemicals	403-469	43-62
110	Gasoline	394-395	65
111	Fuel oil	396	66
112	Coke	548	67
113	Liquified petroleum gas	399	68
114	Other refined petroleum products	245-397-400 à 402	69
120	Iron, steel and alloys	235 à 241-243-244 247 à 252-272-276 280-281-287-306	71
121	Aluminum and alloys	257-264-371	72
122	Copper and alloys	254-265-266	73
123	Other non-ferrous metals and alloys	32-255-256-242 258 à 260-267 à 270	74
124	Metal fabricated basis products	223-271-273-279 282-283-288 à 295 307-344-370	75
130	Cement, natural and Portland	375	77
131	Non-metallic mineral basic products	132-135-220-246 376 à 381-383-384 386 à 390-504-518	78
140	Machinery and parts	274-277-296-298 316 à 318-321 à 323 364 à 366	81
141	Agricultural implements and parts	314-315	82
142	Passenger automobiles	334	83
143	Freight automobiles and buses	319-335-336	84
144	Vehicle parts	125 à 128-340 à 343	85
145	Other vehicles	275-330 à 332-337 à 339 345 à 352	86

APPENDICE 3 (suite)

No CRT		No S-C(L)	No CFTM
146	Other manufacturing equipment	172-234-284 297-299 à 304 308 à 311-320-324 326 à 329-342 358 à 363-367 à 369 372 à 374-382-501	87
147	Personal and household goods	124-138-140 à 144 150-170-178 à 180 183 à 185-188-189 204 à 208-217-224 285-299-353 à 357-392-412 413-415-490-496 502-520	88
148	Containers (not COFC)	136-175-199-202 221-225-286-313 391	89
149	Manufactured misc. goods	134-137-173-174-198 200-203-226 à 231 278-312-325-385 408-476 à 478 497 à 501-503 510 à 513-516-519 521-580 à 582-586	90

RÉFÉRENCES

BIGRAS, Y., HAMELIN, P. et NGUYEN, S. (1982). Calcul des coefficients pour le modèle économique multirégional TOMM. Publication #241, Centre de recherche sur les transports, Université de Montréal.

DUPUIS, C. (1980). Une application de la technique d'approximation linéaire partielle en programmation convexe. Publication #216, Centre de recherche sur les transports, Université de Montréal.

ERIKSSON, J. (1980). On Solving Linearly Constrained Maximum Entropy Problems. Department of Mathematics, Linköping University, Linköping, Sweden (LITH-MAT-R-1980-14).

GASTON, C. (1979). Canadian Interregional Input-Output Tables. Sources and Methodology. Statistique Canada, Division de l'analyse structurelle.

LEONTIEFF, W. et STROUT, A. (1963). Multiregional input-output analysis, in Structural Interdependence and Economic Development, Tibor Barna, ed., St. Martin's Press, London, pp. 119-150.

LOS, M. (1980). A Transportation-Oriented Multiregional Economic Model for Canada. Publication #178, Centre de recherche sur les transports, Université de Montréal.

LOS, M. et NGUYEN, S. (1980). FRETNET : A Freight Transportation Simulation Model. Publication #194, Centre de recherche sur les transports, Université de Montréal.

WILSON, A.G. (1970). Entropy in Urban and Regional Modelling. Pion, London.

ZANGWILL, W.I. (1969). Nonlinear Programming - A Unified Approach. Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J., U.S.A.